

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

روش گرادیان

- برخلاف سایر روش‌ها که از معادلات مربوط به گره‌ها و حلقه‌ها استفاده می‌کنند، در این روش از معادلات لوله‌های شبکه برای محاسبه و شبیه‌سازی مقدار فشار گره‌ای و دبی لوله‌ها استفاده می‌شود.
- اگرچه در این روش نیاز به حل تعداد بیشتری از معادلات است، اما این روش از لحاظ محاسباتی بسیار مستحکم است. از این روش در نرم‌افزارهای رایج نظیر EPANET و WaterGMS استفاده می‌شود.

مدلسازی شبکه‌های دارای لوله و مخزن به روش گرادیان

با استفاده از معادلات ΔQ لوله‌ها:

$$\sum_{ij \in IJ_L} f_{ij}(Q_{ij}^0 + \Delta Q_{ij}) = \Delta H_L \quad \forall L = 1, 2, \dots, NL$$

$$H_{t+1,oi} - H_{t+1,oj} - nR_{ox}|Q_{t,ox}|^{n-1}\Delta Q_{t,x} = R_{ox}Q_{t,ox}^n \quad \forall x = 1, 2, \dots, NP$$

$H_{t+1,oi} - H_{t+1,oj}$: هد تصحیح شده در گره i, j بعد از تکرار t ,

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

مدلسازی شبکه‌های دارای لوله و مخزن به روش گرادیان

اگر $nR_{ox}Q_{t,ox}^n$ از دو طرف رابطه فوق کم شود:

$$H_{t+1,oi} - H_{t+1,oj} - nR_{ox}|Q_{t,ox}|^{n-1}(\Delta Q_{t,x} + Q_{t,ox}) = (1-n)R_{ox}Q_{t,ox}^n \quad \forall x = 1, 2, \dots, NP$$

با جایگزینی $\Delta Q_{t,x} + Q_{t,ox}$ با $Q_{t+1,ox}$:

$$H_{t+1,oi} - H_{t+1,oj} - (nR_{ox}|Q_{t,ox}|^{n-1})Q_{t+1,ox} = (1-n)R_{ox}Q_{t,ox}^n \quad \forall x = 1, 2, \dots, NP$$

معادله فوق، NP معادله خطی شده را فراهم می‌کند که شامل مقادیر نامعلوم تصحیح‌کننده دبی لوله‌ها و هد گره‌هاست.

معادلات پیوستگی جریان در گره‌ها خطی بوده و با استفاده از دبی‌های اصلاح شده بصورت زیر نوشته می‌شود.

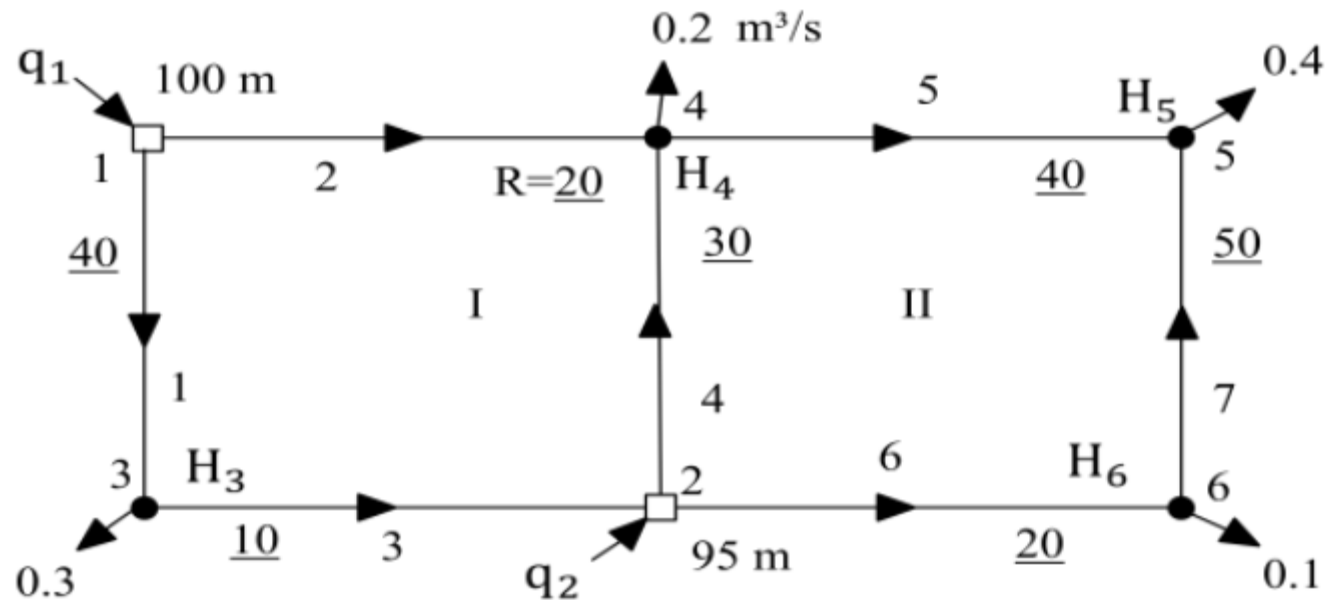
$$\sum_{x \text{ connected to } j} Q_{t+1,x} + q_{oj} = 0 \quad \forall j = 1, 2, \dots, NJ$$

پس NJ معادله خطی نیز از رابطه بالا بدست می‌آید.

حل همزمان معادلات فوق، مقادیر تصحیح شده NP دبی لوله و NJ هد نامعلوم گره را بدست می‌دهد.

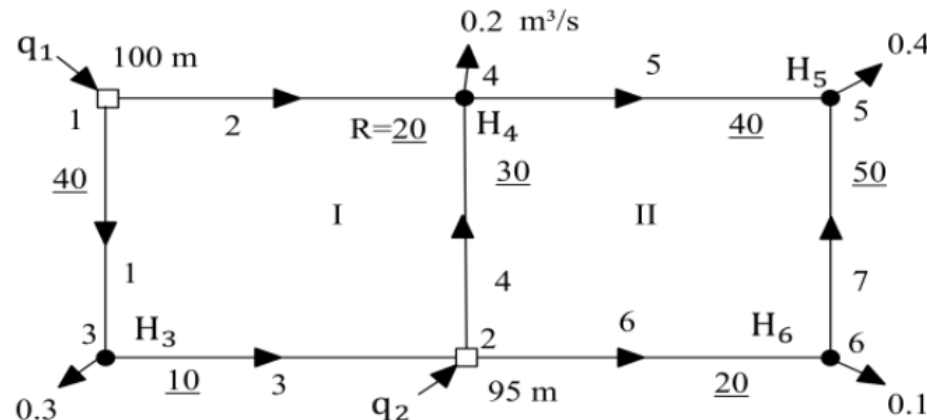
روشهای حل معادلات هیدرولیکی

مثال: شبکه زیر را به روش گرادیان تحلیل کنید.



حل: در تکرار اول، دبی تمامی لوله‌ها ($Q_{t,ox}$) فرض می‌شود. با در نظر گرفتن پارامترهای مجهول در سمت چپ و پارامترهای معلوم در سمت راست، روابط افت هد برای لوله‌های ۱ تا ۷ بترتیب زیر بدست می‌آید:

ادامه حل:



$$H_{t+1,oi} - H_{t+1,oj} - (nR_{ox}|Q_{t,ox}|^{n-1}) Q_{t+1,ox} = (1 - n)R_{ox}Q_{t,ox}^n$$

معادلات پیوستگی برای گره‌های ۳ تا ۶ بصورت زیر است:

$$Q_1 - Q_3 - 0.3 = 0$$

$$Q_2 + Q_4 - Q_5 - 0.2 = 0$$

$$Q_5 + Q_7 - 0.4 = 0$$

$$Q_6 - Q_7 - 0.1 = 0$$

با حل همزمان این معادلات:

ادامه حل:

$$Q_1 = 0.5735 \frac{m^3}{s}; Q_2 = 0.2123 \frac{m^3}{s}; Q_3 = 0.2735 \frac{m^3}{s}; Q_4 = 0.2046 \frac{m^3}{s}; Q_5 = 0.2169 \frac{m^3}{s};$$

$$Q_6 = 0.2831 \frac{m^3}{s}; Q_7 = 0.1831 \frac{m^3}{s}; H_3 = 91.560; H_4 = 109.144; H_5 = 127.092 m \text{ and } H_6 = 101.526 m$$

$$-H_3 - 46.130Q_1 = -100 - 12.155$$

$$-H_4 - 9.911Q_2 = -100 - 0.967$$

$$H_3 - 6.146Q_3 = 95 - 0.772$$

$$-H_4 - 14.407Q_4 = -95 - 1.354$$

$$H_4 - H_5 - 20.186Q_5 = -2.012$$

$$-H_6 - 12.658Q_6 = -95 - 1.646$$

$$H_6 - H_5 - 13.109Q_7 = -1.103$$

دبی‌های بدست آمده بعنوان مقادیر دبی در دومین تکرار ($Q_{2,ox}$) قرار داده می‌شوند. بنابراین فرم خطی شده معادلات افت هد (۷ معادله اول) در دومین تکرار بصورت روبه‌رو خواهند بود:

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

ادامه: با حل همزمان معادلات پیوستگی و معادلات جدید افت:

$$Q_1 = 0.3782 \frac{m^3}{s}; Q_2 = 0.4696 \frac{m^3}{s}; Q_3 = 0.0782 \frac{m^3}{s}$$

$$Q_7 = 0.1274 \frac{m^3}{s}; H_3 = 94.708; H_4 = 96.312;$$

$$Q_4 = 0.0029 \frac{m^3}{s}; Q_5 = 0.2726 \frac{m^3}{s}; Q_6 = 0.2274 \frac{m^3}{s}$$

$$H_5 = 92.821m, H_6 = 93.768m$$

به منظور رسیدن به حل نهایی با دقت 0.0001 در دبی لوله‌ها به ۵ تکرار نیاز است. نتایج نهایی در جدول ارائه شده است:

جدول - مقادیر دبی لوله‌ها و هد گرہ‌ها در تکرارهای مختلف

مقادیر در هر تکرار					پارامتر مجهول
۵	۴	۳	۲	۱	
۰/۳۲۵	۰/۳۲۵	۰/۳۲۹	۰/۳۷۸	۰/۵۷۴	Q_1 (m ³ /s)
۰/۴۷۱	۰/۴۷۱	۰/۴۷۳	۰/۴۷۰	۰/۲۱۲	Q_2 (m ³ /s)
۰/۰۲۵	۰/۰۲۵	۰/۰۲۹	۰/۰۷۸	۰/۲۷۴	Q_3 (m ³ /s)
-۰/۰۲۲	-۰/۰۲۲	-۰/۰۲۳	۰/۰۰۳	۰/۲۰۵	Q_4 (m ³ /s)
۰/۲۵۰	۰/۲۵۰	۰/۲۴۹	۰/۲۷۳	۰/۲۱۷	Q_5 (m ³ /s)
۰/۲۵۰	۰/۲۵۰	۰/۲۵۱	۰/۲۲۷	۰/۲۸۳	Q_6 (m ³ /s)
۰/۱۵۰	۰/۱۵۰	۰/۱۵۱	۰/۱۲۷	۰/۱۸۳	Q_7 (m ³ /s)
۹۵/۰۱۱	۹۵/۰۱۰	۹۴/۹۸۵	۹۴/۷۰۸	۹۱/۵۶۰	H_3 (m)
۹۵/۰۲۵	۹۵/۰۲۵	۹۵/۰۱۰	۹۶/۳۱۲	۱۰۹/۱۴۴	H_4 (m)
۹۱/۹۵۵	۹۱/۹۵۵	۹۱/۹۷۶	۹۲/۸۲۱	۱۲۷/۰۹۲	H_5 (m)
۹۳/۴۵۷	۹۳/۴۵۷	۹۳/۴۶۰	۹۳/۷۶۸	۱۰۱/۵۲۶	H_6 (m)

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

مدلسازی پمپ در شبکه به روش گرادیان

■ معادله افت هد لوله باید معادله دارسی-ویسباخ یا مانینگ باشد.

$$h_p = A Q_p^2 + B Q_p + H_0$$

$$\begin{cases} h_p = A G_p^2 + (H_0 - \frac{B^2}{4A}) & G_p = Q_p + \frac{B}{2A} \\ h_p = H_p - R_p Q_p^n \end{cases}$$

■ وقتی که از معادله اول استفاده می‌شود، می‌توان بجای معرفی متغیر جدید G_p و در نتیجه افزودن یک مجهول و اضافه

کردن یک معادله، با نوشتن G_p بر حسب Q_p از رابطه $(G_p = Q_p + \frac{B}{2A})$ ، در معادلات Q استفاده کرد.

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

مدلسازی پمپ در شبکه به روش گرادیان

■ معادله افت هد برای لوله حاوی پمپ:

$$H_i - H_j + h_p = R_{ox} Q_x^n$$

$$H_i - H_j + (H_p - R_p Q_p^n) = R_{ox} Q_x^n$$

معادله فوق با استفاده از بسط سری تیلور، خطی شده و از مقادیر بعد از ترم دوم صرف نظر می‌شود.

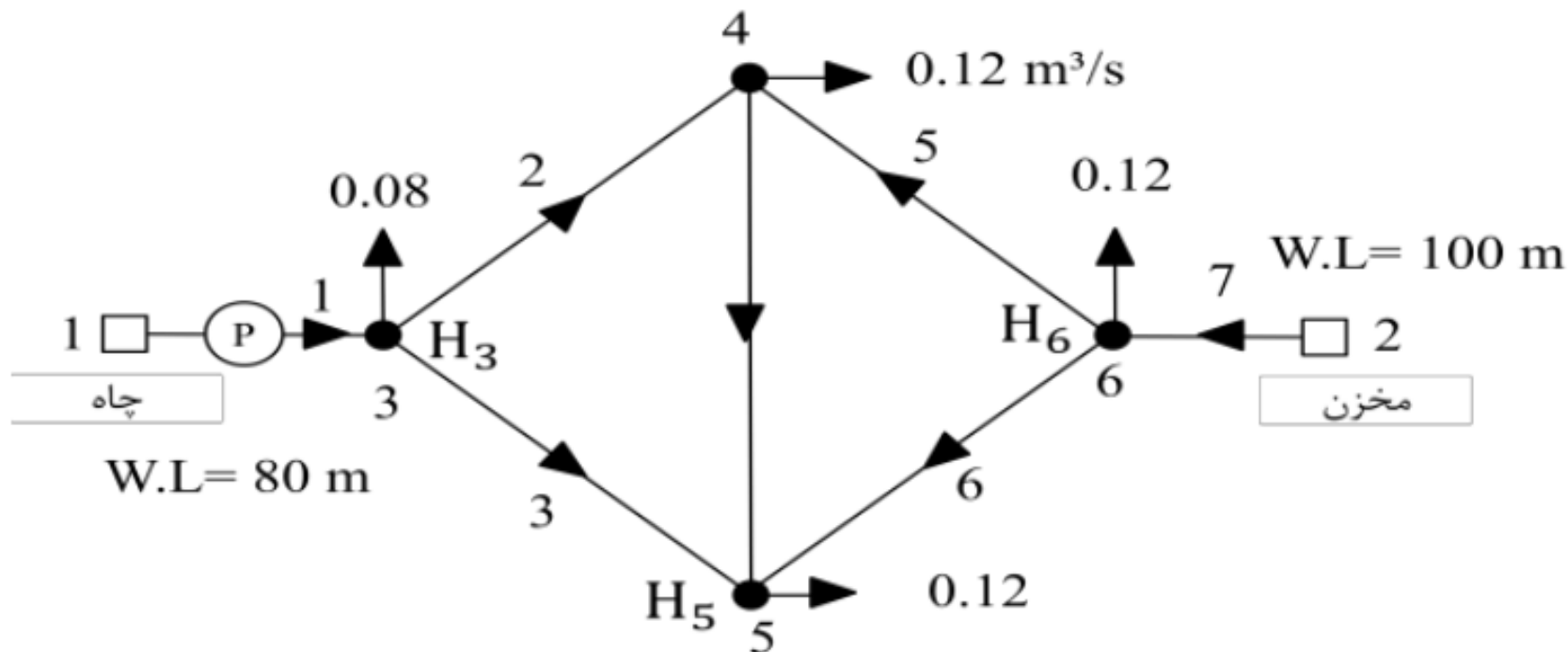
$$(H_{t,oi} + \Delta H_{tx}) + [H_{op} - R_{op}(Q_{t,ox}^n + nQ_{t,ox}^{n-1} \Delta Q_x)] - (H_{t,oj} + \Delta H_{t,j}) = R_{ox}(Q_{t,ox}^n + nQ_{t,ox}^{n-1} \Delta Q_x)$$

$$H_{t+1,i} - H_{t+1,j} - [n(R_{ox} + R_{op})|Q_{t,ox}^{n-1}|]\Delta Q_x = -H_{op} + (R_{ox} + R_{op})Q_{t,ox}^n \quad \text{پس از ساده سازی:}$$

عبارت $n(R_{ox} + R_{op})Q_{t,ox}^n$ را از طرفین کم کرده و بجای $Q_{t,ox} + \Delta Q_{t,x}$ مقدار $Q_{t+1,n}$ قرار داده می‌شود. آنگاه معادله نهایی زیر حاصل می‌شود:

$$H_{t+1,i} - H_{t+1,j} - [n(R_{ox} + R_{op})|Q_{t,ox}^{n-1}|]Q_{t+1,x} = -H_{op} + (1 - n)(R_{ox} + R_{op})Q_{t,ox}^n$$

مثال: شبکه زیر را به روش گرادیان تحلیل کنید. مشخصات لوله‌ها در جدول داده شده است.



رابطه هد-دبی برازش داده شده برای پمپ بصورت $h_p = 12 - 38.2Q_p^2$ است.

جدول - مشخصات لوله‌ها در شبکه مثال

شماره لوله	طول (متر)	قطر (میلی‌متر)	ارتفاع زبری (میلی‌متر)
۱	۳۰۰	۳۰۰	۰/۲۰
۲	۴۰۰	۲۰۰	۰/۲۵
۳	۴۰۰	۱۵۰	۰/۲۵
۴	۱۵۰	۱۵۰	۰/۲۵
۵	۱۵۰	۲۰۰	۰/۲۵
۶	۱۵۰	۱۵۰	۰/۳۰
۷	۵۰۰	۳۵۰	۰/۲۰

حل: شبکه دارای ۷ لوله و ۴ گره با هد نامعلوم است. بنابراین ۷ دبی Q_1 تا Q_7 و ۴ هد H_3 تا H_6 ، مقادیر نامعلوم مساله هستند. با در نظر گرفتن $f = 0.02$ ، مقادیر R بدست آمده و سپس با فرض دبی اولیه واحد برای تمامی لوله‌ها، معادلات افت هد خطی شده برای لوله‌های ۱ تا ۷ به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$H_{t+1,i} - H_{t+1,j} - [n(R_{ox} + R_{op})|Q_{t,ox}^{n-1}|]Q_{t+1,x} = -H_{op} + (1 - n)(R_{ox} + R_{op})Q_{t,ox}^n$$

$$-481.82Q_1 - H_3 = -334.26$$

$$H_3 - H_4 - 4132.24Q_2 = -2066.12$$

$$H_3 - H_5 - 17413.18Q_3 = -8706.59$$

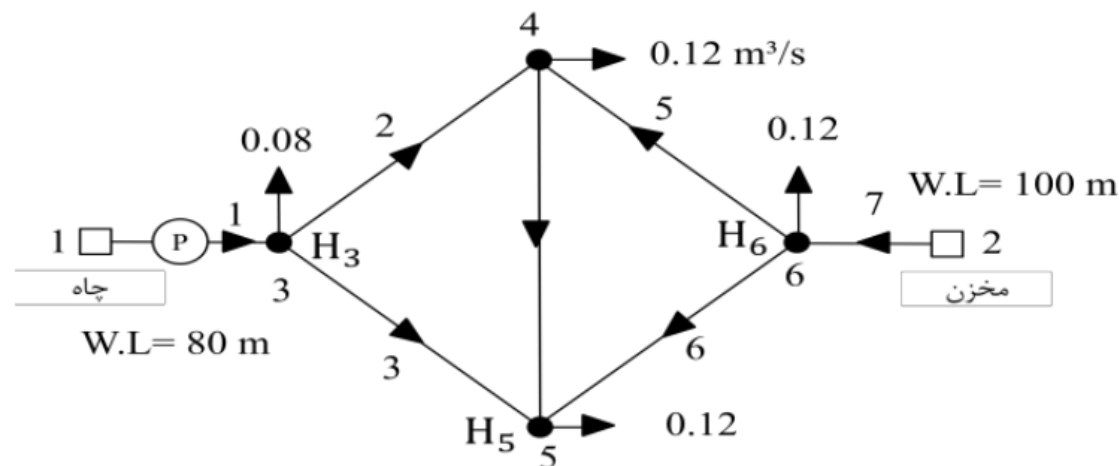
$$H_4 - H_5 - 6529.94Q_4 = -3264.97$$

$$-H_4 + H_6 - 1549.58Q_5 = -774.79$$

$$-H_5 + H_6 - 6529.94Q_6 = -3264.97$$

$$H_2 - H_6 - 214.70Q_7 = -157.35$$

■ از حل این معادلات بصورت همزمان، مجهولات Q_1 تا Q_7 و H_3 تا H_6 در تکرار اول بدست می‌آیند.



$$Q_1 - Q_2 + Q_3 - 0.08 = 0 \quad \text{معادلات پیوستگی}$$

$$Q_2 - Q_4 + Q_5 - 0.12 = 0 \quad \text{برای گره‌های ۳ تا ۶:}$$

$$Q_3 + Q_4 + Q_6 - 0.12 = 0$$

$$-Q_5 - Q_6 + Q_7 - 0.12 = 0$$

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

- ادامه حل: با استفاده از مقادیر دبی فرض شده، مقادیر مقاومت (R) و ضریب اصطکاک (f) لوله‌ها بروز می‌شوند. همچنین، معادلات افت هد لوله‌ها نیز بروز شده و به همراه معادلات پیوستگی بطور همزمان حل می‌شوند. این روند تکراری تا همگرایی به جواب نهایی ادامه می‌یابد. مقادیر نهایی در جدول ارائه شده است. همچنین، هد پمپ برابر H_p $11.436m$ = بدست می‌آید.

جدول - جواب نهایی مثال به روش گرادیان پس از ۵ تکرار

شماره لوله	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
f_i	۰/۰۱۸۵	۰/۰۲۱۸	۰/۰۲۳۲	۰/۰۲۳۸	۰/۰۲۱۳	۰/۰۲۳۹	۰/۰۱۷۸
R_i	۱۸۹/۱۵	۲۲۴۷/۷۷	۱۰۰۸۶/۵۲	۳۸۸۸/۳۹۲	۸۲۵/۳۴	۳۸۹۴/۷۶	۱۳۹/۷۷
Q_i (m ³ /s)	۰/۱۶۲	۰/۰۵۱	۰/۰۶۶	۰/۰۳۱	۰/۰۳۳	۰/۱۰۲	۰/۰۵۶
شماره گره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	
H_i (m)	۸۰	۱۰۰	۸۶/۴۹۱	۸۰/۶۶۸	۷۷/۲۹۷	۸۹/۱۷۶	

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

مدلسازی شیرها در شبکه به روش گرادیان

$$h_v = R_v Q_x^2$$

■ برای مدلسازی لوله‌های حاوی شیر در روش گرادیان از فرمول کلی زیر می‌توان استفاده کرد:

$$H_i - H_j = R_{ox} Q_x^n + \boxed{R_{ov} Q_x^m} \rightarrow \text{افت هد جزئی شیر}$$

■ معادله فوق با استفاده از بسط سری تیلور خطی می‌شود:

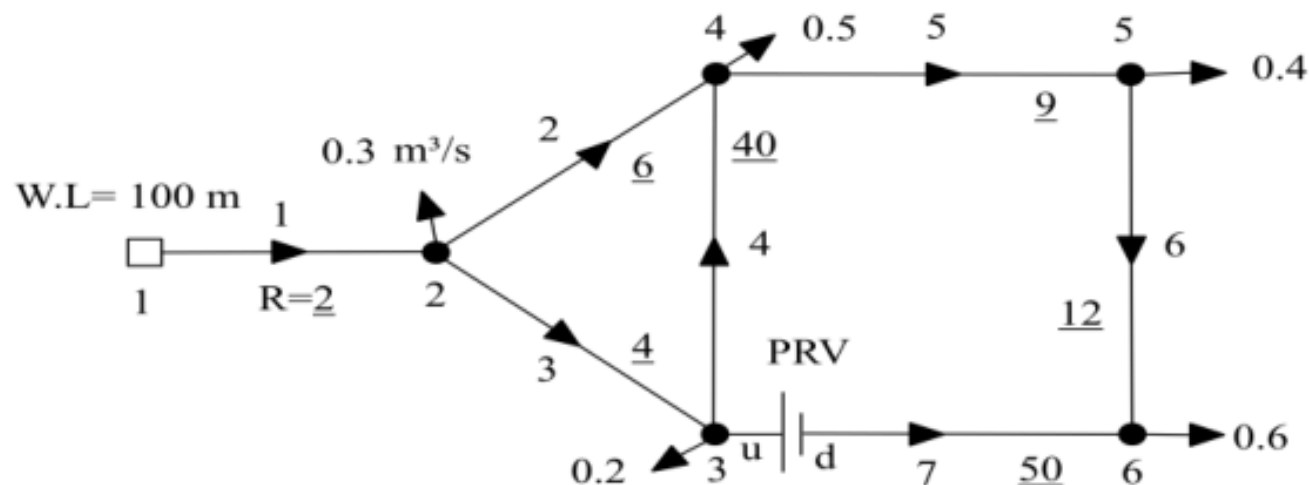
$$(H_{t,ot} + \Delta H_{t,i}) - (H_{t,oj} + \Delta H_{t,j}) = R_{ox} Q_{t,ox}^n + n R_{px} |Q_{t,ox}|^{n-1} \Delta Q_{t,x} + R_{ov} Q_{t,ox}^m + m R_{ov} |Q_{t,ox}|^{m-1} \Delta Q_{t,x}$$

■ اگر مقدار $n R_{ox} Q_{t,ox}^n + m R_{ov} Q_{t,ox}^m$ از دو طرف کم شده و بجای $Q_{t,ox} + \Delta Q_{t,x}$ مقدار $Q_{t+1,x}$ قرار داده شود، معادله نهایی زیر حاصل می‌شود:

$$H_{t+1,i} - H_{t+1,j} - (n R_{ox} |Q_{t,ox}|^{n-1} + m R_{ov} |Q_{t,ox}|^{m-1}) Q_{t+1,x} = (1 - n) R_{ox} Q_{t,ox}^n + (1 + m) R_{ov} Q_{t,ox}^m$$

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

مثال: شبکه زیر را به روش گرادیان تحلیل کنید.



$$H_{PRV} = 80, \quad n = m = 2, \quad R_{ov} = 55.06$$

حل: با فرض اینکه شیر فشارشکن در حالت بهره‌برداری قرار دارد، با توجه به ثابت بودن هد خروجی فشارشکن، شیر فشارشکن با یک گره مخزن جایگزین می‌شود. معادلات خطی شده افت هد لوله‌ها با فرض دبی اولیه برابر با ۱ در تمامی لوله‌های ۱ تا ۷ به صورت زیر است:

ادامه حل:

$$-H_2 - 4Q_1 = -102$$

$$H_2 - H_4 - 12Q_2 = -6$$

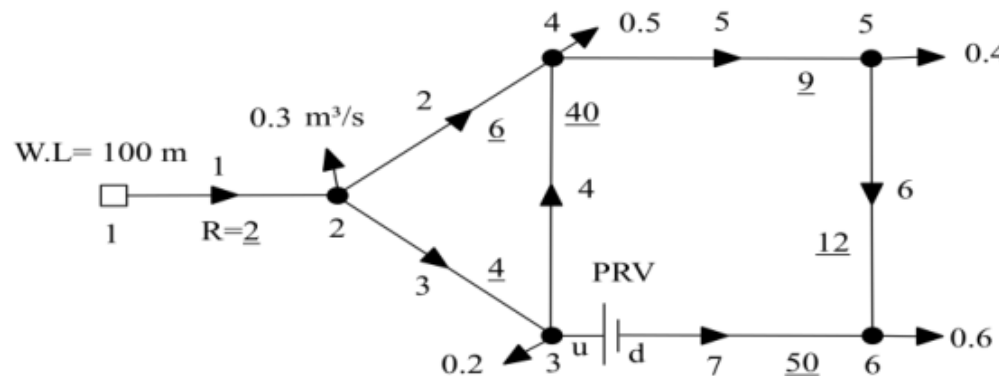
$$H_2 - H_3 - 8Q_3 = -4$$

$$H_3 - H_4 - 80Q_4 = -40$$

$$H_4 - H_5 - 18Q_5 = -9$$

$$H_5 - H_6 - 24Q_6 = -12$$

$$-H_6 - 100Q_7 = -130$$



$$H_{PRV} = 80, \quad n = m = 2, \quad R_{ov} = 55.06$$

$$H_{t+1,i} - H_{t+1,j} - (nR_{ox}|Q_{t,ox}|^{n-1} + mR_{ov}|Q_{t,ox}|^{m-1})Q_{t+1,x} = (1-n)R_{ox}Q_{t,ox}^n + (1+m)R_{ov}Q_{t,ox}^m$$

$$Q_7 - Q_2 - Q_3 - 0.3 = 0$$

$$Q_3 - Q_4 - Q_7 - 0.2 = 0$$

$$Q_2 + Q_4 - Q_5 - 0.5 = 0$$

$$Q_5 - Q_6 - 0.4 = 0$$

$$Q_6 + Q_7 - 0.6 = 0$$

معادلات پیوستگی برای گره‌های ۲ تا ۶ به ترتیب به صورت زیر است:

کلیه معادله‌های بالا به صورت همزمان حل می‌شوند و مقدار دبی لوله‌های ۱ تا ۷ و هد گرهِهای ۲ تا ۶ به دست می‌آیند. با استفاده از مقادیر دبی فرض شده، معادلات افت هد به روز شده و به همراه معادلات پیوستگی ۸ تا ۱۲ به طور همزمان حل می‌شوند. این روند تکرار شده تا اینکه مقادیر دبی تا دقت 0.001 مترمکعب بر ثانیه به دست آیند. مقادیر دبی لوله‌ها و هد گرهِها در تکرارهای مختلف در جدول ارائه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود شیر فشارشکن در تمامی تکرارها در حالت بهره‌برداری قرار دارد.

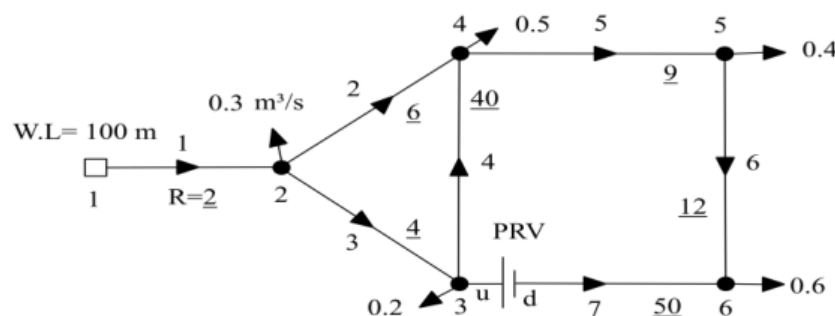
جدول - مراحل حل مثال ۲-۶ به روش گرادیان

شماره تکرار					پارامتر مجهول
۵	۴	۳	۲	۱	
۲/۰۰۰	۲/۰۰۰	۲/۰۰۰	۲/۰۰۰	۲/۰۰۰	$Q_1 \text{ (m}^3/\text{s)}$
۰/۹۹۵	۰/۹۹۵	۰/۹۹۵	۰/۹۸۰	۰/۶۷۷	$Q_2 \text{ (m}^3/\text{s)}$
۰/۷۰۵	۰/۷۰۵	۰/۷۰۶	۰/۷۲۰	۱/۰۲۳	$Q_3 \text{ (m}^3/\text{s)}$
۰/۳۱۴	۰/۳۱۴	۰/۳۱۴	۰/۳۲۹	۰/۴۷۴	$Q_4 \text{ (m}^3/\text{s)}$
۰/۸۰۹	۰/۸۰۹	۰/۸۰۹	۰/۸۰۹	۰/۶۵۱	$Q_5 \text{ (m}^3/\text{s)}$
۰/۴۰۹	۰/۴۰۹	۰/۴۰۹	۰/۴۰۹	۰/۲۵۱	$Q_6 \text{ (m}^3/\text{s)}$
۰/۱۹۱	۰/۱۹۱	۰/۱۹۱	۰/۱۹۱	۰/۳۴۹	$Q_7 \text{ (m}^3/\text{s)}$
۹۲/۰۰۰	۹۲/۰۰۰	۹۲/۰۰۰	۹۲/۰۰۰	۹۴/۰۰۰	$H_2 \text{ (m)}$
۹۰/۰۱۰	۹۰/۰۱۰	۹۰/۰۱۰	۹۰/۲۹۰	۸۹/۸۱۶	$H_3 \text{ (m)}$
۸۶/۰۶۴	۸۶/۰۶۴	۸۶/۰۶۷	۸۶/۷۹۲	۹۱/۸۷۶	$H_4 \text{ (m)}$
۸۰/۱۷۷	۸۰/۱۷۷	۸۰/۱۷۹	۸۱/۱۲۶	۸۹/۱۵۴	$H_5 \text{ (m)}$
۷۸/۱۷۲	۷۸/۱۷۲	۷۸/۱۷۳	۷۹/۴۱۸	۹۵/۱۲۴	$H_6 \text{ (m)}$

ادامه حل: با تغییر فشار تنظیمی شیر فشارشکن، وقتی شیر فشارشکن در حالت عدم بهره‌برداری قرار می‌گیرد، در روند حل معادله، افت هد لوله ۷ با معادله زیر جایگزین می‌شود:

$$H_3 - H_6 - 210.12Q_7 = -105.06$$

باید توجه داشت که در این حالت، در لوله ۷، ثابت مقاومت شیر فشارشکن نیز به ثابت مقاومت لوله اضافه می‌شود.



$$H_{PRV} = 80, n = m = 2, R_{ov} = 55.06$$

همچنین در صورت تغییر جریان در لوله ۷، شیر فشارشکن به صورت شیر یک‌طرفه عمل کرده و $Q_7 = 0$ می‌شود. بنابراین معادله افت هد لوله ۷ حذف شده و در معادلات پیوستگی نیز مقدار $Q_7 = 0$ جایگزین و مجدداً دسته معادلات باقی‌مانده حل می‌شود.

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

روش گرادیان به فرم ماتریسی

- معادلات خطی شده برای لوله‌های مختلف و مجموعه معادلات خطی در گره‌های دارای هد نامعلوم را می‌توان به فرم ماتریسی زیر نشان داد:

$$A \cdot B = C$$

A : ماتریس ضرایب به ابعاد $(NP + NJ, NP + NJ)$

B : ماتریس ستونی مجهولات

C : ماتریس ستونی سمت راست به ابعاد $(NP + NJ, 1)$

$$B = A^{-1}C$$

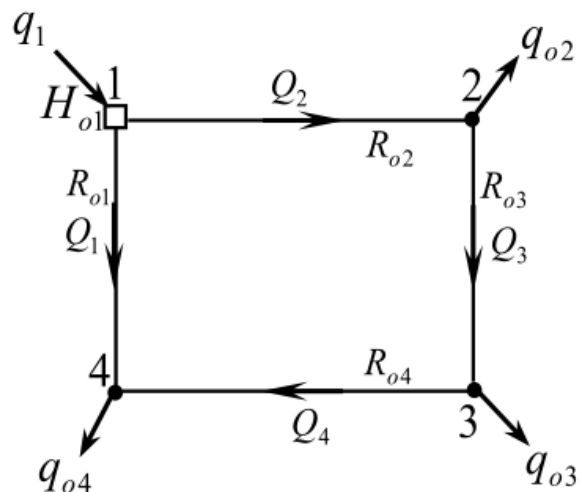
روشهای حل معادلات هیدرولیکی

روش گرادیان به فرم ماتریسی

■ بعنوان مثال شبکه را در نظر بگیرید:

مقادیر Q_1 تا Q_4 و هدهای گرهی ۲، ۳ و ۴ مجهول هستند.

معادلات خطی شده H-Q برای لوله‌های ۱ تا ۴:



$$H_4 + nR_{o1}|Q_{o1}|^{n-1}Q_1 = H_{o1} + (n-1)R_{o1}|Q_{o1}|^n$$

$$H_2 + nR_{o2}|Q_{o2}|^{n-1}Q_2 = H_{o1} + (n-1)R_{o2}|Q_{o2}|^n$$

$$-H_2 + H_3 + nR_{o3}|Q_{o3}|^{n-1}Q_3 = (n-1)R_{o3}|Q_{o3}|^n$$

$$-H_3 + H_4 + nR_{o4}|Q_{o4}|^{n-1}Q_4 = (n-1)R_{o4}|Q_{o4}|^n$$

$$Q_2 - Q_3 = q_{o2}$$

$$Q_3 - Q_4 = q_{o3}$$

$$Q_1 + Q_4 = q_{o4}$$

و معادلات پیوستگی گره‌های ۲ تا ۴:

روشهای حل معادلات هیدرولیکی (روش گرادیان به فرم ماتریسی)

$$\begin{bmatrix} nR_{o1}|Q_{o1}|^{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & nR_{o2}|Q_{o2}|^{n-1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & nR_{o3}|Q_{o3}|^{n-1} & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & nR_{o4}|Q_{o4}|^{n-1} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{o1} + (n-1)R_{o1}Q_{o1}^n \\ H_{o1} + (n-1)R_{o2}Q_{o2}^n \\ (n-1)R_{o3}Q_{o3}^n \\ (n-1)R_{o4}Q_{o4}^n \\ q_{o2} \\ q_{o3} \\ q_{o4} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} nR_{o1}|Q_{o1}|^{n-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & nR_{o2}|Q_{o2}|^{n-1} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & nR_{o3}|Q_{o3}|^{n-1} & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & nR_{o4}|Q_{o4}|^{n-1} & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ H_2 \\ H_3 \\ H_4 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} H_{o1} + (n-1)R_{o1}Q_{o1}^n \\ H_{o1} + (n-1)R_{o2}Q_{o2}^n \\ (n-1)R_{o3}Q_{o3}^n \\ (n-1)R_{o4}Q_{o4}^n \\ q_{o2} \\ q_{o3} \\ q_{o4} \end{bmatrix}$$

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

مشخصات محاسباتی روش‌های حل معادلات شبکه

- روش هاردی کراس از نظر استفاده ساده است، اما از نظر محاسباتی کارآمد نیست، چرا که در هر زمان تنها یک معادله را حل می‌کند.
- روش هاردی کراس برای شبکه‌های بزرگ و پیچیده مناسب و قابل اعتماد نیست؛ چرا که همگرایی آن کند است و یا در برخی موارد هیچگاه همگرا نمی‌شود.
- هر دو روش نیوتن-رافسن و تئوری خطی همگرایی خوبی دارند.
- در روش نیوتن-رافسن به یک حل اولیه مناسب نیاز است. در استفاده از این روش، معادلات H ترجیح داده می‌شوند، چرا که با در نظر گرفتن خصوصیات تقارن و نیز کم مقدار بودن ماتریس ژاکوبین و استفاده از تکنیک‌های خاص، نیاز به زمان محاسباتی بسیار کمتری دارد.

روشهای حل معادلات هیدرولیکی

مشخصات محاسباتی روش‌های حل معادلات شبکه

- برای بهبود کارایی محاسباتی (همگرایی سریعتر)، اصلاحاتی در روش نیوتن-رافسن پیشنهاد شده است.
- بر خلاف سایر روش‌ها، روش تئوری خطی نیاز به حدس اولیه نداشته و همگرایی آن سریع است. این روش ساده بوده و نیاز به مشتق‌گیری ندارد. بهتر است که این روش بر مبنای معادلات جریان بیان شود، چرا که میزان همگرایی آن بسیار بیشتر از حالتی است که از معادلات بر اساس هد گره‌ها استفاده می‌شود.

شبیه‌سازی دوره زمانی گسترده یا تحلیل دینامیکی (Extended Period Simulation (EPS)

سیستم در یک بازه بلندمدت‌تر (چند دقیقه تا چند روز) تحلیل می‌شود. هدف از این نوع تحلیل شناخت اثرات نوسانات تقاضا بر روی سطح سرویس‌دهی و ارزیابی کفایت مقدار ذخیره مخازن در طول دوره است.